ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 MARS 1918.

PRÉSIDENCE DE M. PAUL PAINLEVÉ.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'en raison des fêtes de Pâques la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 2 avril, au lieu du lundi 1er.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 20 mars 1918, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Gabriel Kœnigs**, pour occuper, dans la Section de Mécanique, la place vacante par le décès de M. *H. Léauté*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **G. Kœnigs** prend place parmi ses confrères.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la recherche spectrale du bore.* Note de M. **A. de Gramont.**

Le procédé classique de recherche du bore par la coloration verte de la flamme du bec Bunsen est parfois en défaut, pour certains silicates minéraux notamment. Il peut en outre donner lieu à confusion avec d'autres éléments donnant des réactions de flamme assez voisines.

Cette flamme verte des composés du bore, regardée à travers un spectro-

scope, présente une série de bandes diffuses, non résolubles, dégradées sur les deux bords, et particulièrement vives dans le vert. L'acide borique seul les donne avec une médiocre intensité, considérablement augmentée par l'addition d'acide chlorhydrique ou d'acide sulfurique ([1]). Il en est de même avec l'étincelle non condensée, sur une solution borique.

J'ai obtenu les mêmes bandes, mais plus développées, en introduisant dans la flamme du chalumeau oxyacétylénique des fragments ou de la poudre d'axinite, ou de tourmalines diverses, sans aucune addition d'acide. La série se continuant dans le bleu et l'indigo, j'ai pu la photographier sur des plaques ordinaires, en employant ces minéraux. L'état extrêmement diffus de ces bandes ne m'a permis de mesurer que très approximativement leurs centres, dont les longueurs d'ondes se trouvent à

4920, 4709, 4530.

Avec l'acide borique et le borax, la même flamme oxyacétylénique m'a donné en outre, plus faiblement, les bandes

4350, 4190, 4090, 4020.

Cette réaction spectrale, quoique bien caractéristique, manque de sensibilité.

Il n'en est pas de même du spectre de lignes du bore dans l'étincelle condensée. Sir William Crookes a montré ([2]), en étudiant le spectre du bore cristallisé et pur, qu'après avoir éliminé les lignes appartenant au calcium et à l'aluminium, le spectre ultraviolet du bore ne contient plus que les trois lignes que nous donnerons plus bas. Mes recherches personnelles n'ont fait que confirmer ces conclusions, qui éliminent du spectre du bore quatorze autres raies données par Eder et Valenta ou par Exner et Haschek.

Par une méthode déjà exposée ici ([3]) j'ai recherché les sensibilités des trois raies du bore, au moyen de quantités décroissantes d'acide borique dissous dans un poids donné de carbonate de sodium :

([1]) Ces bandes de la région visible avaient été étudiées par M. Lecoq de Boisbaudran, qui les a fait figurer sur la planche XVIII de son bel Atlas des *Spectres lumineux*, Paris, 1874.

([2]) *Proc. Roy. Soc.*, A, t. 86, 1911, p. 36-41.

([3]) En dernier lieu, à propos du spectre du titane (*Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 94), on trouvera dans cette Note la description des instruments et du dispositif employés pour le présent travail.

λ Internationales.	Proportion de bore décelée.
3451,20	$\frac{1}{10000}$
u_1 2497,82	$\frac{1}{100000}$
u_2 2496,87	$\frac{5}{100000}$

Pour chacune de ces teneurs la raie est fine, faible et sur le point de disparaître. Il suffit qu'un métal (ou un alliage) ait été fondu sous une couche de borax pour que ces raies apparaissent très nettes dans le spectre d'étincelle de ce métal. J'avais d'ailleurs signalé (¹) le doublet u_1, u_2 comme formant les raies ultimes du bore.

Il est bien marqué et très sensible aussi, dans le spectre d'arc, où ne figure pas la raie 3451,2, qui, dans le spectre d'étincelle, disparaît sous l'effet d'une self-induction introduite dans le circuit de décharge du condensateur du fil secondaire.

Applications à la métallurgie. — Certains aciers spéciaux renferment du bore dont la présence est facile à reconnaître par l'observation des trois lignes ci-dessus. J'en ai fait l'expérience sur un acier à 0,67 pour 100 de bore et 0,3 pour 100 de vanadium, que la Société des Aciéries et Forges de Firminy avait bien voulu m'envoyer.

Le spectre d'étincelle condensée de cet acier donne la raie 3451,2, plutôt plus forte que la plus vive des lignes du fer. Elle est d'autant plus facilement reconnaissable, au premier coup d'œil, qu'elle se projette sur une région où les raies du fer sont peu intenses et moins nombreuses. Cette observation est surtout frappante avec le spectrographe à deux prismes en crown uviol. Quant au doublet ultime u_1, u_2, transmissible seulement par le quartz, il est parfaitement bien reconnaissable au milieu des raies du fer dans le spectre d'étincelle de cet acier. Dans ces conditions, en intercalant une self-induction de 0,009 henry sur une capacité de 0,0232 microfarad dans le circuit secondaire de la bobine, ce doublet u_1, u_2 devient mieux visible encore, grâce à l'atténuation des raies du fer voisines. Son aspect est d'ailleurs identique dans le spectre d'arc du même échantillon.

(¹) *Comptes rendus*, t. 146, 1908, p. 1260.

L'intensité notable de ces trois raies du bore à 67 dix-millièmes dans le spectre d'étincelle de cet acier permet donc de les indiquer comme susceptibles d'une utilisation pratique certaine, pour les analyses métallurgiques.

Application à la minéralogie. — En examinant les clichés de spectres d'étincelle d'un certain nombre de silicates naturels attaqués dans la cuiller de platine par des carbonates alcalins, j'ai reconnu la présence des trois raies du bore. Très fortes, elles indiquaient en proportions importantes, et vraisemblablement de l'ordre du centième au moins, la présence de cet élément dans des minéraux où il n'a pas encore été reconnu. L'analyse chimique par voie humide a confirmé ces résultats. Ils nous ont amenés, M. A. Lacroix et moi, à entreprendre l'examen et la revision d'un certain nombre d'espèces minérales.

GÉOLOGIE. — *Essai de coordination chronologique des temps quaternaires.* Note (¹) de M. Charles Depéret.

La période *quaternaire* ou *pléistocène*, bien que la plus récente des temps géologiques, est celle dont la classification est encore, à l'heure actuelle, la plus obscure et la moins définitive, malgré quelques intéressantes tentatives de synthèse, dues notamment à MM. Boule (²), J. Geikie (³), Penck (⁴), et plus récemment à M. Haug (⁵). Cette classification a reposé tantôt sur l'étude des dépôts marins (de Stefani, de Lamothe, Gignoux); tantôt avec J. Geikie et Penk sur la série des glaciations observées soit dans le nord de l'Europe, soit dans les vallées périalpines; tantôt enfin avec Boule sur la préhistoire humaine combinée avec la faune quaternaire terrestre et avec les phénomènes glaciaires.

(¹) Séance du 18 mars 1918.

(²) Boule, *Essai de Paléontologie stratigraphique de l'homme* (*Revue d'Anthropologie*, 3ᵉ série, t. 3, 1889).

(³) J. Geikie, *The great Ice age and its relation to the antiquity of man*, 1894; *The classification of european glacial deposits* (*Journal of Geology*, 1895).

(⁴) Penck et Brückner, *Die Alpen in Eiszeitalter*, 1901-1909. — Penck, *Die Entwickelung Europas seil der Tertiärzeil* (*Congrès internat. de Botanique*, Wien, 1916).

(⁵) E. Haug, *Traité de Géologie*, t. 2, 1911, p. 1761 et suiv.

Aucune de ces classifications ne me paraît avoir résolu le problème dans son ensemble, problème complexe, dans lequel il est nécessaire de faire intervenir à la fois : 1° la chronologie des dépôts marins; 2° les phénomènes de creusement des vallées et la formation des terrasses fluviales; 3° les phénomènes glaciaires; 4° la succession des faunes d'animaux terrestres; 5° enfin les faits de paléontologie humaine et d'archéologie préhistorique.

Le but de ce travail est de tenter une coordination chronologique entre ces divers éléments de classification.

Il convient d'abord de faire un *choix de principe* entre ces divers critériums, et je suis logiquement amené à appliquer au Quaternaire la méthode de classification qui a prévalu pour toutes les autres époques géologiques, en donnant la prépondérance aux caractères fournis par les dépôts marins.

I. Classification des formations marines quaternaires. — 1° *Méditerranée.* — Aucune mer du globe n'a été mieux étudiée au point de vue des dépôts quaternaires et ne se présente dans de meilleures conditions d'observation que la Méditerranée occidentale. C'est là qu'il convient d'aller rechercher la division en *étages* du terrain quaternaire.

Depuis longtemps les géologues italiens (Seguenza, de Stefani) ont distingué du Pliocène proprement dit un *Postpliocène inférieur* qui n'est autre chose que l'étage terminal du grand remblaiement pliocène (= Pliocène supérieur ou *Calabrien* Gignoux) et un *Postpliocène supérieur* qui est le véritable Quaternaire, dans lequel les géologues italiens ne reconnaissent pas de division bien nette en étages distincts [1].

M. le général de Lamothe [2] a, le premier, établi nettement sur les côtes d'Algérie et de Tunisie l'existence d'une *série de lignes de rivage*, souvent accompagnées de dépôts marins littoraux, s'échelonnant aux niveaux décroissants de 325^m, 265^m, 204^m, 148^m, 100^m, 60^m, 30^m, 18^m, et d'autant plus anciennes qu'elles sont plus élevées au-dessus de la mer actuelle. Il me paraît probable que les plus élevés de ces dépôts marins doivent encore

---

(1) Dans son *Traité de Géologie*, M. Haug a adopté pour le Quaternaire la limite inférieure des géologues italiens précités, limite qui englobe le Pliocène supérieur ou Calabrien.

(2) De Lamothe, *Note sur les anciennes plages et terrasses du bassin de l'Isser et de quelques autres bassins de la côte algérienne* (*Bull. Soc. géol. de France*, 3e série, t. 27, 1899); *Les anciennes lignes de rivage du Sahel d'Alger et d'une partie de la côte algérienne* (*Mém. Soc. géol. de France*, 4e série, t. 1, 1911).

être attribués à la fin du Pliocène; mais il n'y a pas de doute que les quatre dernières lignes de rivage appartiennent au Quaternaire.

Réagissant avec raison contre la vieille hypothèse (encore trop répandue à l'heure actuelle) des *plages soulevées*, c'est-à-dire de simples soulèvements successifs et saccadés du rivage marin, M. de Lamothe s'est efforcé de montrer que chacune de ces lignes de rivage est le résultat d'un mouvement d'abaissement ou *négatif* de la surface marine (parfois jusqu'au-dessous du niveau actuel), suivi d'un mouvement d'élévation ou *positif* de la mer, ayant eu pour conséquence un remblaiement dont chaque ligne de rivage observée représente la phase terminale.

J'ai étudié moi-même (1) à ce point de vue les dépôts marins de la côte française de la Méditerranée et retrouvé, notamment à Nice et dans le Languedoc, les quatre niveaux marins de la côte algérienne : le niveau de 100^m (85^m au moins au cap Ferrat), celui de 60^m, celui de 30^m et enfin le niveau inférieur de 15^m à 18^m.

Mais c'est à l'un de mes élèves, M. Maurice Gignoux (2), que revient le mérite d'avoir précisé d'une manière définitive en Sicile, en Calabre, en Toscane, et par voie de généralisation dans tout le bassin de la Méditerranée occidentale, les caractères stratigraphiques et paléontologiques des quatre étages marins quaternaires, emboîtés les uns dans les autres en gradins étagés dont les niveaux décroissants sont de 90^m-100^m, 55^m-60^m, 30^m et 15^m-18^m. Ces étages constituent ainsi *quatre unités stratigraphiques* distinctes, correspondant chacune à un *cycle de remblaiement sédimentaire* complet et aboutissant à une ligne de rivage d'un niveau déterminé.

A la suite de ces divers travaux, je distinguerai donc dans le Quaternaire marin de la Méditerranée *quatre étages* auxquels je propose de donner des noms conformes à la nomenclature géologique habituelle, et tirés d'une localité ou d'une région bien typique. Je résumerai les caractères de ces étages en commençant par les plus anciens (3) :

---

(1) C. Depéret, *Les anciennes lignes de rivage de la côte française de la Méditerranée* (*Bull. Soc. géol. de France*, 4e série, t. 6, 1900).

(2) Gignoux, *Les formations marines pliocènes et quaternaires de l'Italie du Sud et de la Sicile* (Thèse de Doctorat, in *Annales de l'Université de Lyon*, 1913).

(3) Je laisserai ici de côté les lignes de rivage supérieures à la cote 100^m, signalées par M. de Lamothe en Algérie (148^m, 200^m, 265^m et 325^m) ainsi que celles dont M. Gignoux a rappelé l'existence en Sicile (155^m, 200^m), dans la terre d'Otrante (200^m, 149^m, 115^m), à Capri (200^m) et au rocher de Gibraltar (200^m). L'attribution de ces niveaux

1° *Étage Sicilien* Doderlein. — Il correspond à la ligne de rivage de 90^{m}-100^{m}. Le type de cet étage, créé par Doderlein, se trouve dans l'ancien golfe ou *Conque d'or* de Palerme, qui n'est autre chose, comme l'a établi M. Gignoux, qu'un fond de mer entièrement conservé, où les dépôts argileux à *faune froide* de Ficarazzi, situés au niveau de la mer actuelle, se sont déposés sous une épaisseur d'eau d'environ 100^{m}, alors que, sur le pourtour de la conque, se formaient simultanément des dépôts littoraux : sables et conglomérats de rivage de la vallée de l'Oreto, molasses calcaires du pied du Monte Pellegrino, avec corniches littorales en encorbellement et lignes de grottes marines envahies par le ressac.

La faune *sicilienne* se distingue de la faune pliocène supérieure ou *calabrienne* par l'extinction d'un plus grand nombre d'espèces pliocènes et par le maximum de fréquence d'espèces de l'Atlantique tempéré et septentrional (hôtes du Nord d'Ed. Suess), déjà apparus en partie dans le Pliocène supérieur. Les plus importantes de ces espèces sont : *Cyprina islandica*, *Chlamys tigerinus*, *Mya truncata, Panopœa norvegica*, *Trichotropis borealis*, *Buccinum undatum*, *B. Humphreysianum*, *Chrysodomus sinistrorsus*, etc.

En dehors des célèbres gisements de Palerme, la faune sicilienne froide se retrouve, d'après M. Gignoux, en quelques gisements de la Sicile et de la Calabre (Castellamare del Golfo, Balestrate, Rosarno, Gallipoli) où sans doute ont pu pénétrer les courants froids d'une certaine profondeur, tandis qu'elle fait défaut dans beaucoup d'autres gisements de l'Italie, des côtes de France et de l'Afrique du Nord, où la faune devient alors une faune méditerranéenne assez banale.

2° *Étage Milazzien* Depéret. — Il répond à la ligne de rivage de 55^{m}-60^{m}. Je le désigne sous ce nom nouveau en prenant pour type le beau gisement de la péninsule de Milazzo, sur la côte nord de la Sicile, décrit avec soin par M. Gignoux. Là reposent, tantôt sur l'Archéen, tantôt sur le Pliocène ancien, des lambeaux peu épais de dépôts littoraux très fossilifères, passant à la partie supérieure à des plateaux réguliers de poudingues marins, indiquant une plage caillouteuse à l'altitude de 60^{m}. M. Gignoux a retrouvé les dépôts de cette ligne de rivage de 60^{m}, par exemple à Cotrone en Calabre, aux environs de Corneto, de Civita-Vecchia et de Livourne, et j'ai moi-

---

élevés au Quaternaire n'est pas établie par des données paléontologiques solides, et, dans l'état actuel des observations, je suis plutôt porté à les attribuer au Pliocène supérieur.

même indiqué son existence sur la côte de Nice aux carrières du cap Saint-Jean. M. de Lamothe a suivi également le niveau de 60^m depuis l'ouest d'Oran jusqu'à Bône, soit sous la forme de poudingues marins, soit à l'état de *plates-formes littorales*, de *replats* ou de *plaines côtières*.

La faune milazzienne, dans son ensemble, ne présente pas de caractères aussi positifs que ceux de la faune sicilienne. On n'y a trouvé jusqu'ici qu'un petit nombre d'espèces atlantiques : *Tapes rhomboides* à Milazzo, *Venus fasciata* à la Plâtrière, près Arzeu; *Balanus concavus* à la presqu'île Saint-Jean, près Nice; et deux espèces à cachet pliocène ancien : *Cancellaria piscatoria* (= *C. hirta* var.) et *Chama placentina* (environs d'Oran). Le véritable cachet de cette faune lui est donné, à mon avis, par la remarquable exubérance de taille et d'ornementation que prennent plusieurs espèces, représentées dans la Méditerranée actuelle par des formes beaucoup plus petites et moins épaisses; telles sont la variété *herculea* du *Mytilus galloprovincialis* (Milazzo), la variété de très grande taille du *Pecten pesfelis* et du *Triton nodiferum* (côte de Nice), etc. Ces faits paraissent indiquer une mer à température sensiblement plus chaude que la Méditerranée actuelle, intermédiaire entre la mer sicilienne et la mer encore plus chaude des *couches à Strombes*.

3° *Étage Thyrrhénien* Issel, correspondant à la ligne de rivage de 28^m à 30^m. — Ce nom a été proposé par Issel [1] pour désigner les couches à *Strombus mediterraneus* (= *Str. bubonius* actuel) qui constituent, sur tout le pourtour de la Méditerranée, de la région oranaise à l'île de Chypre, un horizon admirablement caractérisé par la migration dans la Méditerranée d'une *faune chaude*, à affinités subtropicales, dont les espèces vivent encore aux Canaries et sur les côtes atlantiques africaines.

Il faut citer parmi les plus importantes : *Strombus bubonius*, *Conus guinaicus*, *Tritonidea viverrata*, *Tritonium ficoides*, *Natica Turtoni*, *Natica lactea*, *Pusionella nifat*, *Cardita senegalensis*, *Mactra Largillierti*, *Tugonia anatina*, *Tapes senegalensis*, etc. D'autres émigrés de cette faune proviennent de l'Atlantique tempéré, comme *Pecten maximus*, *Venus fasciata*, *Dosinia aff. lincta*, *Tapes rhomboides*, etc.

L'horizon le plus constant de ces *couches à Strombes* répond à la ligne de rivage de 28^m à 30^m, et c'est à ce niveau qu'il faut attribuer, en faisant le

(1) Issel, *Lembi fossiliferi quaternarii e recenti nella Sardegna meridionale* (*Real Acad. dei Lincei*, vol. 23, 17 mai 1914).

tour de la Méditerranée, les gisements de Carthagène, de San Juan de Vilasar (Catalogne), de l'île Majorque, de Nice (Saint-Jean), de Monaco (grotte du Prince), de l'étang de Diane (Corse), de l'île Pianosa, de Livourne, de Civita-Vecchia, de Gallipoli, de Tarente, du plateau supérieur de la péninsule de Monastir, de Port aux Poules près Arzeu, enfin de la Méditerranée orientale jusqu'à l'île de Chypre.

Par suite de mouvements localisés, ces couches ont été relevées jusqu'à 100^m à Ravagnese dans le détroit de Messine et à plus de 300^m dans l'isthme de Corinthe; mais ce sont là des points tout à fait exceptionnels et qui n'altèrent pas l'étonnante régularité de la distribution altimétrique de la ligne de rivage de 30^m.

4° *Étage Monastirien*, Depéret, répondant à la ligne de rivage de 18^m à 20^m. — Je propose ce nouveau nom d'étage, tiré de la ville de Monastir (Tunisie), qui est bâtie sur un plateau étendu appartenant à cet horizon, et où se trouvent des gisements fossilifères d'une grande richesse (278 espèces citées par M. de Lamothe).

Sur la côte algéro-tunisienne, notamment à Sfax, aux îles Kerkenna, à Monastir, au Cap Bon, à Sidi-Mansour, à Damesme, à Arzeu, à Oran, les dépits littoraux de cet horizon contiennent une faune presque identique à celles des couches à Strombes de l'étage Tyrrhénien, avec les mêmes espèces de l'Atlantique africain citées plus haut, sauf *Natica Turtoni* qui n'a pas encore été trouvée dans l'étage Monastirien. Peut-être le gisement à *Strombus bubonius* de Sferrocavallo, près Palerme, pourrait-il, selon M. Gignoux, appartenir à ce niveau. Mais sur la côte nord de la Méditerranée, les espèces chaudes font jusqu'ici défaut dans les nombreux gisements de la ligne de rivage de 18^m à 20^m, où l'on ne trouve alors qu'une faune méditerranéenne assez banale et parfois un peu saumâtre (couches à *Tapes Dianæ* de Montels, près l'étang de Capestang, en Languedoc).

Il semble résulter de cette observation qu'à l'époque Monastirienne, une différence climatérique assez marquée s'était établie déjà entre la côte européenne et la côte africaine de la Méditerranée occidentale.

Après l'étage Monastirien, les lignes de rivage de la Méditerranée se sont abaissées jusqu'au niveau actuel, avec un stationnement temporaire à la hauteur de 6^m à 8^m, dont j'ai trouvé de nombreuses traces sur la côte française, mais qui ne me paraît pas assez important pour constituer une unité stratigraphique distincte.

Partant de cette base solide du classement des dépôts quaternaires marins

de la Méditerranée, je me propose d'examiner si la côte atlantique de l'Ancien Monde nous permettra de retrouver (ainsi qu'il est logique *a priori*) les différents *horizons altimétriques* des quatre étages que je viens de caractériser dans la présente Note.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la correspondance :

1° *Las estrellas del preliminary general Catalogue de L. Boss ordenadas segun sus declinaciones*, por D. Ignacio Tarazona y Blanch. (Présenté par M. Bigourdan.)

2° *A propos de la publication du Tome V du* Système du Monde (*Histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic*), *par feu Pierre Duhem. Notice biographique, bibliographique et critique*, par E. Doublet. (Présenté par M. Bigourdan.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'itération des fractions irrationnelles.* Note de M. S. Lattès.

1. Dans une Note récente [1], M. J.-F. Ritt a énoncé quelques résultats sur l'itération des fractions rationnelles : certains de ces résultats sont obtenus par M. Ritt à l'aide de la fonction de Poincaré relative à un point double tel que $|s| > 1$ (point de répulsion, dans la terminologie de l'auteur que nous adopterons désormais). J'ai signalé moi-même dans une Note antérieure [2] l'intérêt que présentent les fonctions de Poincaré pour la théorie de l'itération; parmi les propositions que j'énonçais se trouve aussi l'une de celles que donne M. Ritt : on peut trouver, pour un point quelconque z, une suite d'antécédents successifs ayant pour limite l'un quelconque des points de répulsion.

---

[1] J.-F. Ritt, *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 380.
[2] *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 26.

2. Je saisis cette occasion de développer un point que je n'ai indiqué que d'une façon incomplète dans ma première Note; il s'agit des deux valeurs exceptionnelles que peut avoir la fonction de Poincaré $\theta(u)$, d'après le théorème de M. Picard. Dans les Notes de M. Fatou (1) et de M. Julia (2) relatives à l'itération interviennent deux nombres, exceptionnels à un autre point de vue : ce sont les deux seules valeurs α, β que puissent ne pas prendre les conséquentes $f_n(z)$ de la fonction rationnelle donnée $f(z)$ en un point de la frontière du domaine d'un point d'attraction, et cela d'après la théorie des suites normales de M. Montel. Ces points α, β, lorsqu'ils existent, coïncident avec les valeurs exceptionnelles de la fonction $\theta(u)$. Pour le vérifier, il suffit de chercher dans quels cas $\theta(u)$ admet une ou deux valeurs exceptionnelles : on peut toujours supposer que ces valeurs sont o et ∞, et la fonction $\theta(u)$ est alors de l'une des formes $G(u)$ ou $e^{G(u)}$, en désignant par $G(u)$ une fonction entière; il suffit ensuite de chercher dans quels cas $G(Su)$ peut être lié rationnellement à $G(u)$, ou $e^{G(Su)}$ à $e^{G(u)}$.

On retrouve aisément les cas signalés par M. Fatou et par M. Julia, qui dans leur ensemble constituent la propriété 1° de la Note de M. Ritt. Ces cas se subdivisent en deux :

1° S'il y a une seule valeur exceptionnelle α, on peut supposer $\alpha = \infty$; $G(u)$ est alors une fonction entière de Poincaré, $f(z)$ un polynome. M. Valiron (3), dans sa thèse, a étudié ces fonctions au point de vue de la croissance et il a trouvé pour l'ordre la valeur donnée par M. Ritt dans sa Note (2°). Le point exceptionnel α est, quel que soit α, un point invariant pour lequel $s = 0$.

2° S'il y a deux valeurs exceptionnelles, α et β, on peut, en les transformant homographiquement en o et ∞, ramener la substitution à l'une des formes $z_1 = z^{\pm m}$ (m entier) et la fonction $\theta(u)$ à la forme $e^{\lambda u}$, avec le multiplicateur $\pm m$; le paramètre λ, dont dépend toute fonction de Poincaré, peut être pris à volonté. Lorsque la forme réduite est z^m, les points α et β sont des points invariants à multiplicateur nul : tel est le cas pour

$$z_1 = \frac{2z}{1 - z^2} \qquad [\theta(u) = \operatorname{tang} u,\ m = 2;\ \alpha = i,\ \beta = -i].$$

(1) P. Fatou, *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 992.

(2) Gaston Julia, *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 1098.

(3) G. Valiron, *Sur les fonctions entières d'ordre nul et d'ordre fini* (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 3e série, t. V, 1913, p. 203).

Lorsque la forme réduite est z^{-m}, les points α et β forment un cycle invariant à multiplicateur nul : tel est le cas pour

$$z_1 = \frac{2z}{z^2 - 1} \qquad [\theta(u) = \operatorname{tang} u,\ m = -2;\ \alpha = i,\ \beta = -i].$$

3. Les fonctions de Poincaré permettent de résoudre le problème de l'*itération analytique*, posé et étudié autrefois par divers auteurs. Il s'agit de trouver une substitution $z_1 = \varphi(z, t)$, analytique en z et en t, qui se réduise pour $t = 0$ à $z_1 = z$, pour $t = 1$ à une substitution rationnelle donnée $z_1 = f(z)$, et qui vérifie, quels que soient t et t', la relation

$$\varphi(z, t + t') = \varphi[\varphi(z, t), t'].$$

Cette fonction a été appelée l'*itérée* d'ordre t de $f(z)$ et représentée par $f_t(z)$.

Le problème a été résolu *dans le domaine d'un point double d'attraction* par M. Kœnigs et par Bourlet [2]. Il consiste en somme à trouver un groupe continu contenant les substitutions $z_1 = z$ et $z_1 = f(z)$. Or, si cette dernière est à points doubles distincts, elle admet au moins un point de répulsion auquel correspond une fonction de Poincaré $\theta(u)$ et un multiplicateur s. Si l'on pose

$$z = \theta(u), \qquad z_1 = \theta(s^t u),$$

z_1 sera une fonction analytique de z, en général multiforme, répondant à la question, et uniformisée à l'aide du paramètre auxiliaire u. Cette fonction résout le problème de l'itération analytique *d'une façon générale*, car z_1 est maintenant défini dans tout le plan de la variable z. Le groupe de substitutions obtenu est isomorphe au groupe $z_1 = s^t z$. Pour t entier, il y a une seule itérée f_t, rationnelle; pour t rationnel, il y en a un nombre fini, et pour t irrationnel une infinité correspondant aux diverses déterminations de $e^{t \log S}$.

Pour une substitution rationnelle à deux variables, on peut de même déterminer, dans des cas très généraux, un groupe continu à deux paramètres contenant la substitution, en utilisant la méthode d'itération para-

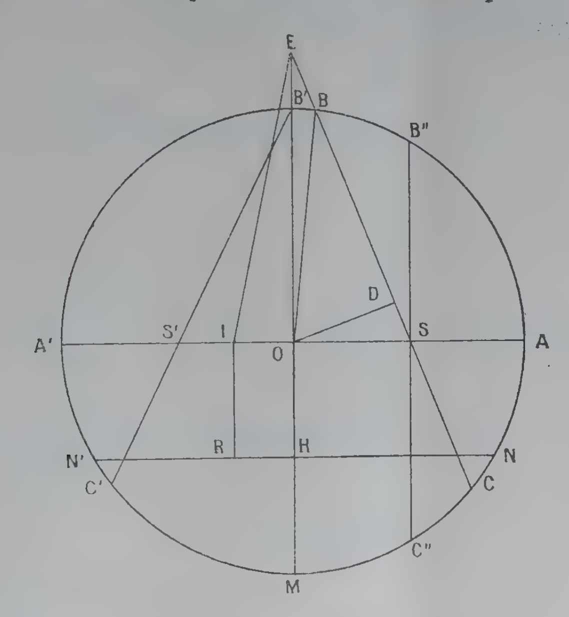
---

([1]) Kœnigs, *Nouvelles recherches sur les équations fonctionnelles* (*Annales de l'École Normale*, 1885). — Bourlet, *Sur l'itération* (*Comptes rendus*, t. 126, 1898, p. 583; *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1898).

métrique que j'ai exposée, pour deux variables, dans une Note du 28 janvier [1].

GÉOMÉTRIE. — *Sur quelques valeurs de la quadrature approchée du cercle.* Note [2] de M. DE PULLIGNY, présentée par M. Charles Lallemand.

Si, dans un cercle dont le rayon est égal à l'unité, on considère les carrés construits sur une corde BC qui tourne autour d'un point S situé au milieu



d'un rayon (voir la figure), l'expression qui suit fournit la valeur de l'aire de ce carré $\overline{BC}^2$ en fonction de la distance OE du centre au point où la corde coupe le prolongement du diamètre OB′ perpendiculaire à OA :

$$\overline{BC}^2 = \frac{4 + 12\,\overline{OE}^2}{1 + 4\,\overline{OE}^2}.$$

Cette valeur varie de $+4$ à $+3$ quand OE varie de zéro à l'infini et passe

[1] *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 151.
[2] Séance du 25 février 1918.

par la valeur π qui correspond à la quadrature exacte du cercle. Elle prend aussi quelques valeurs simples, faciles à construire, qu'on peut adopter comme des solutions approchées de cette quadrature. Elle repasse par les mêmes valeurs quand OE varie de $-\infty$ à zéro.

Dans le triangle EOS où OS est égal à $\frac{1}{2}$ et $\overline{OS}^2$ à $\frac{1}{4}$, on a

$$\overline{ES}^2 = \overline{OE}^2 + \frac{1}{4};$$

et dans les triangles semblables ODS, EOS, on a

$$\frac{\overline{OD}^2}{\frac{1}{4}} = \frac{\overline{OE}^2}{\overline{OE}^2 + \frac{1}{4}} = \frac{4\overline{OE}^2}{1 + 4\overline{OE}^2} = 4\overline{OD}^2,$$

d'où

$$\overline{BC}^2 = 4\overline{BD}^2 = 4 - 4\overline{OD}^2 = \frac{4 + 12\overline{OE}^2}{1 + 4\overline{OE}^2}.$$

Les valeurs remarquables de BC^2 et $4\overline{OE}^2$ sont rangées dans le Tableau ci-dessous :

Numéros des valeurs.	Valeurs de		
	$4\overline{OE}^2$.	$\overline{BC}^2$.	$\frac{\overline{BC}^2 - \pi}{\pi}$ (erreur relative).
I....	0	4	0,273
II...	4	$\frac{16}{5} = 3,2$	0,0185
III...	6	$\frac{22}{7} = 3,1428$	0,00038
IV...	$6 + \frac{1}{16}$	$\frac{355}{113} = 3,14159292\ldots$	0,000000085
V....	$6 + \frac{1}{16} + \frac{1}{80000} + \frac{1}{1000000} + \ldots$	π (valeur exacte) $= 3,141592653\ldots$	0
VI...	∞	3	0,045

La valeur I correspond à la position A′A de la corde et la valeur VI à la

position $B''C''$ perpendiculaire à $A'A$. Cette corde est alors le côté du triangle équilatéral inscrit.

La valeur II correspond à la position $B'C'$ qui passe par le point S' symétrique de S (pour dégager la figure).

Sa construction est des plus simples : « Joindre le milieu d'un rayon à l'extrémité d'un rayon perpendiculaire ». Son erreur relative, inférieure à $\frac{2}{100}$, est compatible avec les besoins des artisans qui ont à cuber un arbre, un bassin, un réservoir et qui veulent disposer d'un procédé de quadrature approchée du cercle pour les opérations de calcul mental qui leur sont familières. Cette erreur relative correspond à la précision ($\frac{1}{100}$) avec laquelle ils mesurent les longueurs. La construction ci-dessus pourrait être utilement enseignée aux écoliers.

La valeur III a été indiquée (mais non construite) par Archimède. Pour déterminer la position du point E, on prend IE et IA égaux entre eux et égaux à $\frac{5}{4}$. L'erreur relative est 0,00038, moindre que 1 demi-millième.

La valeur IV a été indiquée (mais non construite) par le hollandais Adrien Metius (1571-1635). Pour déterminer la position du point E, on prend encore $IE = \frac{5}{4}$, mais OI n'est plus égal à $\frac{1}{4}$. On trace $N'N$ parallèle à $A'A$ par le milieu H du prolongement OM du rayon $B'O$ et $N'N$ est le côté du triangle équilatéral inscrit. On prend alors

$$OI = HR = \frac{HN'}{4} = \frac{\sqrt{3}}{8}.$$

L'erreur relative est

$$\frac{3,141592920 - 3,141592653}{3,141592653} = 0,000000085.$$

Il est facile de justifier directement par la géométrie les constructions qui précèdent.

L'erreur relative sur l'approximation d'Adrien Metius étant moindre que 85×10^{-9}, l'erreur absolue sur la même est moindre que

$$85 \times 3,1416 \times 10^{-9}, \quad \text{soit} \quad 267 \times 10^{-9}.$$

Si BC est la longueur de la corde approchée et B_0C_0 celle de la corde exacte (dont le carré est exactement égal à)π, $BC + B_0C_0$ est sensiblement

égal à 2BC, soit à $2\sqrt{\pi}$, soit à 3,54.... On a donc

$$\overline{BC}^2 - \overline{B_0C_0}^2 = 267 \times 10^{-9}$$

et

$$BC - B_0C_0 = \frac{267}{3,54} \times 10^{-9} = 75 \times 10^{-9},$$

c'est-à-dire que dans un cercle de 100^{km} de rayon, où la corde exacte a une longueur de $177\,245^{m},3850...$ $(\sqrt{\pi} \times 10^5)$, la corde approchée est plus longue qu'elle de $7^{mm},5$ (75×10^{-4}).

PHYSIQUE. — *Sur la préparation industrielle de l'argon.* Note de M. **Georges Claude**, transmise par M. d'Arsonval.

Dans des Notes précédentes, j'ai signalé qu'en dépit de l'abondance relative de l'argon, son extraction de l'air atmosphérique par voie de liquéfaction se heurte à de sérieuses difficultés. Intermédiaire, au point de vue des aptitudes à la liquéfaction, entre l'oxygène et l'azote, l'argon s'échappe des appareils ordinaires de traitement, partie avec l'oxygène et partie avec l'azote, mais dans l'un comme dans l'autre en faible proportion. Et si, comme je l'ai fait maintes fois, on tente de lui ouvrir une porte de sortie spéciale entre celle de l'oxygène et celle de l'azote, on arrive, à la vérité, à extraire par cette porte presque tout l'argon de l'air traité, mais mélangé toujours à beaucoup d'oxygène et à beaucoup d'azote.

Entré à son tour dans la question, Linde, en soumettant à un traitement approprié cette mixture ternaire, est arrivé le premier à une solution approchée du problème. Sur ces entrefaites, la découverte de l'emploi de l'argon dans les lampes à incandescence est venu doter la question d'un gros intérêt industriel et les fabriques allemandes et hollandaises de lampes risquant, grâce à l'argon de Linde, de distancer les nôtres, nous avons été conduits, mon collaborateur Le Rouge et moi, à de nouveaux efforts.

Nous avons repris, pour l'adapter à la circonstance, le procédé très remarquable imaginé à quelques jours de distance d'abord par mon regretté collaborateur Lévy, puis, sous une forme un peu différente, par Linde lui-même.

Soit un mélange de gaz différemment volatils s'échappant au sommet d'une colonne de rectification. Liquéfions ce mélange par un moyen appro-

prié, puis renvoyons le liquide obtenu dans la colonne, en sens inverse des gaz ascendants : par le processus bien connu des phénomènes de rectification, ces gaz ascendants se trouvent appauvris, grâce à ce lavage, en l'élément le plus condensable. Le gaz recueilli, liquéfié à son tour et envoyé dans la colonne, va dès lors provoquer dans les gaz ascendants un nouvel appauvrissement, et ainsi de suite, en sorte que, par cette action *auto-purificatrice* remarquable de la *reliquéfaction*, on tend très énergiquement vers l'élément le plus volatil du système, qui sort finalement à l'état de pureté. A partir de ce moment, on pourra extraire d'une manière permanente une partie de cet élément volatil, le reste constituant d'ailleurs une sorte de première mise de fonds et évoluant indéfiniment entre l'état liquide et l'état gazeux.

Supposons maintenant que nous voulions appliquer tel quel ce principe au traitement de notre mélange ternaire : azote, argon et oxygène. Ce mélange, envoyé dans la colonne de rectification auxiliaire de l'appareil principal, trouve à la partie supérieure un faisceau tubulaire baignant dans de l'azote liquide très froid, et s'y reliquéfie. Le liquide formé reflue dans la colonne et, par le jeu des phénomènes analysés, nous tendons vers l'élément le plus volatil du système, c'est-à-dire vers l'azote *et non pas vers l'argon*. A la vérité, si nous soutirons alors de l'appareil un débit gazeux supérieur à ce qui correspond à l'azote du mélange ternaire, ce débit ne peut être fourni par de l'azote pur, puisque nous en tirons plus qu'il n'en arrive : et c'est effectivement un mélange contenant beaucoup d'azote, beaucoup d'argon et pas mal d'oxygène. C'est ainsi qu'opère Linde, et c'est donc théoriquement un procédé de fabrication de l'azote, qui donne l'argon en quelque sorte accidentellement.

Nous avons appliqué une idée beaucoup plus élégante de mon collaborateur Le Rouge. Il a pensé à utiliser les particularités de ce que j'ai appelé le *retour en arrière* pour se débarrasser de l'azote. Le mélange ternaire à traiter, comprimé à la pression convenable, est envoyé se liquéfier dans le bain d'oxygène liquide de la partie inférieure de l'appareil. Mais cette liquéfaction s'effectue seulement partiellement dans un faisceau tubulaire vertical, avec reflux en arrière du liquide formé. C'est le retour en arrière, et l'on sait que, dans ces conditions, les parties qui échappent à la liquéfaction sont constituées par l'élément le plus volatil du système, c'est-à-dire par l'azote. On élimine donc ainsi l'azote, et le liquide produit, en régime, contient aussi peu d'azote qu'on le désire.

Ce mélange d'argon et d'oxygène liquides déversé au sommet de la colonne de rectification de l'appareil, les phénomènes d'auto-purification y

prendront place pour aboutir encore à l'élément le plus volatil, lequel ici *sera l'argon*.

En fait, il est aisé d'obtenir en régime des mélanges gazeux titrant jusqu'à 75 et 80 pour 100 d'argon et ne tenant, outre l'oxygène, que 1 à 2 pour 100 d'azote. Et le traitement de ce mélange binaire pour en tirer l'argon est très simple, car il suffit de le brûler dans un chalumeau avec une proportion convenable d'hydrogène.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage du tantale dans ses alliages avec le fer.* Note [1] de M. **Travers**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

La principale difficulté dans le dosage du tantale provient de la présence constante de silice dans le précipité d'acide tantalique. La séparation par l'acide fluorhydrique, indiquée parfois pour l'analyse des columbites et des tantalites, n'est qu'approchée, 4 à 5 pour 100 de l'acide tantalique pouvant être volatilisés avec la silice.

Nous avons, au contraire, obtenu une séparation satisfaisante en volatilisant l'acide tantalique, dans un courant d'acide chlorhydrique gazeux, à la température de 900°. L'opération demande plusieurs heures; on la prolonge jusqu'à ce que le poids de la matière reste invariable et l'on vérifie la pureté de la silice par volatilisation avec l'acide fluorhydrique. On défalque ce poids de silice de celui de l'acide tantalique impur.

Pour l'analyse d'un acier attaquable à l'eau régale, on sépare l'acide tantalique par deux évaporations successives. Le précipité obtenu renferme de la silice et un peu d'oxyde de fer. Dans le cas de ferro-tantales inattaquables aux acides, on commence par une fusion avec du sulfite de soude anhydre et l'on reprend la masse par l'eau acidulée.

L'acide tantalique impur est fondu au creuset d'argent avec de la potasse pure. (Les carbonates alcalins et même la soude caustique donnent une attaque trop pénible.) La masse fondue est reprise par l'eau de façon à séparer le fer et la dissolution est acidifiée par de l'acide sulfurique très étendu. Après 1 heure d'ébullition, la totalité de l'acide tantalique est précipitée avec une faible quantité de silice. On pèse et l'on dose ensuite la silice, comme il a été indiqué plus haut.

---

(1) Séance du 11 mars 1918.

Si l'alliage renferme du chrome, on ajoute un peu de peroxyde de sodium à la potasse de façon à former de l'acide chromique qui reste en solution après l'addition d'acide étendu. Le tungstène, s'il y en a, est séparé, après la précipitation par l'acide étendu, au moyen d'un lavage du précipité avec un grand excès de solution d'ammoniaque.

Les séparations que nous venons d'indiquer s'appliquent également à l'acide niobique.

MINÉRALOGIE. — *Sur l'identité de la shattuckite et de la planchéite.* Note (1) de M. F. **Zambonini**.

J'ai repris, il y a quelque temps, mes études sur la déshydratation de la dioptase. J'ai trouvé qu'une partie de l'eau de ce minéral doit être considérée comme existant à l'état de solution solide dans le silicate, comme je l'avais pensé il y a quelques années; l'autre partie de l'eau ($\frac{3}{4}$) appartient bien à la constitution de la dioptase, mais elle ne se trouve pas toute dans le même état. En effet, la quatrième partie de l'eau totale du minéral est éliminée, après l'eau dissoute, selon une loi de déshydratation qui est tout à fait différente de celle suivie par l'autre moitié de l'eau originairement contenue dans la dioptase. Ainsi, en déshydratant la dioptase, on peut arriver à un composé défini $2CuSiO^3.H^2O$, doué d'une belle coloration bleue.

Un minéral de composition $2CuSiO^3.H^2O$ a été décrit en 1915 par M. Schaller [*Journ. Washington Ac. Sc.*, t. 5, 1915, p. 7 (2)] sous le nom de *shattuckite*; en comparant les propriétés de ce minéral avec celles de mon produit et des autres silicates hydratés de cuivre qui ont été décrits, j'ai été conduit à penser que la shattuckite est très probablement identique à la planchéite, que M. A. Lacroix a décrite en 1908 (3).

En effet, les deux minéraux se présentent en concrétions, en sphérolites ou en fibres, de couleur variant du bleu pâle au bleu foncé suivant le degré d'agrégation des fibres élémentaires. Dans tous les deux, la direction d'allongement des fibres est de signe positif : les fibres s'éteignent suivant leur allongement. Le pléochroïsme est net, dans les teintes bleues, avec maxi-

(1) Séance du 18 mars 1918.

(2) Cité d'après le troisième *Appendix to the sixth ed. of Dana's System of Mineralogy*, 1915, p. 72.

(3) *Comptes rendus*, t. 146, 1908, p. 722.

mum suivant n_g dans la planchéite : bleu à bleu foncé parallèlement à l'allongement, bleu très pâle perpendiculairement à l'allongement des fibres dans la shattuckite. Pour cette dernière, M. Schaller donne $n_p = 1,730$, $n_g = 1,796$. M. A. Lacroix n'a pu faire de mesures précises sur la planchéite, mais il a trouvé que la biréfringence est forte (voisine de 0,04) et que la réfringence est supérieure à celle de la dioptase, dont $n_g = 1,709$. Il y a donc accord entre les deux minéraux.

M. Schaller a déduit de ses trois analyses de la shattuckite la formule $2CuSiO^3.H^2O$; M. A. Lacroix, pour la planchéite, a déduit de l'analyse de M. Pisani la formule $Si^{12}O^{44}Cu^{15}H^{10}$, qu'il a récemment remplacée par une autre moins compliquée $Si^5O^{18}Cu^6H^4$. Les formules sont à la vérité très différentes, mais la composition des deux minéraux est, au contraire, très voisine comme on peut le voir dans le Tableau suivant :

	Planchéite.	Shattuckite.		Calculé pour $2CuSiO^3.H^2O$.	
SiO^2.......	37,16	37,91	39,68	39,92	40,50
CuO.......	59,20	55,51	54,80	53,20	53,45
FeO.......	traces	0,43	0,16	0,83	»
CaO.......	»	»	0,05	»	»
H^2O.......	4,50	5,83	5,94	6,41	6,05
	100,86	99,68	100,63	100,36	100,00

L'analyse de la planchéite est un peu différente de celles de la shattuckite, mais il ne s'agit pas de différences très considérables. Même dans la shattuckite il y a souvent davantage de cuivre et moins de silice que dans le composé $2CuSiO^3.H^2O$: il est probablement difficile d'obtenir du matériel pur.

En tout cas, comme les deux minéraux possèdent le même facies, le même signe optique d'allongement, la même couleur, un pléochroïsme identique, une réfringence et une biréfringence voisines, il m'avait paru tout à fait probable qu'ils possèdent aussi la même composition chimique, parce qu'il semble peu vraisemblable que deux minéraux, présentant des propriétés cristallographiques et optiques aussi voisines, appartiennent à deux types complètement différents de composés.

M. A. Lacroix a bien voulu me permettre de vérifier mes conjectures sur l'identité de la shattuckite et de la planchéite, en m'envoyant un échantillon de ce dernier minéral, provenant du gisement de Mindouli (Moyen Congo).

Dans cet échantillon, la planchéite forme des sphérolites à fibres plus ou moins serrées, ainsi que des croûtes à structure fibreuse : les propriétés du minéral sont bien celles qui ont été décrites par M. A. Lacroix. Le triage du matériel pour l'analyse a été assez pénible, parce que les sphérolites de la planchéite sont recouvertes par un mince enduit noirâtre ou rougeâtre qui est très difficile à éliminer. Toutefois, j'ai pu réunir une quantité petite, mais suffisante, de substance assez pure.

La détermination de l'eau par simple calcination demande un peu d'attention, parce que si l'on emploie une température assez élevée, il y a réduction du cuivre à l'état cuivreux, ce que l'on reconnaît aisément à la couleur rougeâtre du minéral calciné, qui est au contraire noir, s'il n'y a pas eu de réduction. Quand on chauffe la planchéite au rouge sombre, pendant 15 minutes, la perte de poids n'est que de 4,8 à 4,9 pour 100 : à cette température, la déshydratation complète se fait très lentement.

L'analyse m'a fourni les résultats suivants (*a*), qui s'accordent très bien avec les nombres correspondant à la composition exprimée par la formule $H^2Cu^2Si^2O^7$ (*b*) :

	a.	*b.*
SiO^2	40,88	40,50
CuO	53,32	53,45
Fe^2O^3	0,22	»
H^2O	6,16	6,05
	100,58	100,00

Le fer n'appartient probablement pas au minéral. La silice a été soigneusement analysée, pour s'assurer de sa pureté : avec $H^2SO^4 + HF$ elle n'a laissé qu'un très faible résidu.

Comme on le voit, la composition chimique de la shattuckite est tout à fait identique à celle de la planchéite, et il ne peut rester de doute sur l'identité des deux minéraux.

Le nom de *planchéite* est le plus ancien, il a été donné à un minéral décrit avec assez de détail pour permettre de le reconnaître : il doit, par suite, être conservé, et le nom de *shattuckite* doit tomber en synonymie. A M. Schaller reste le mérite d'avoir établi exactement la composition chimique de la planchéite et d'avoir fait connaître un nouveau gisement de ce minéral intéressant.

GÉOPHYSIQUE. — *Sur la notion de « géosynclinal »*.
Note [1] de M. **Adrien Guébhard**, présentée par M. Douvillé.

La notion de *géosynclinal*, on ne saurait le nier, a marqué un véritable progrès pour la Géologie. Mais ne pourrait-elle être elle-même, à la suite des précisions apportées par ma Note du 25 février 1918 [2], l'objet de quelque progrès dans le sens de la précision?

A peine constituée, vers 1850°, sur le globule incandescent de la planète en formation, la croûte de scories, signalée par M. H. Douvillé, dut commencer, en dessous, avec la solidification foisonnante du fer et de ses alliages, vers 1500°, la réaction violemment disruptive du contenu emprisonné à l'état de surfusion. Or, les déchirures avaient pour directrices tout indiquées les dernières lignes de soudure des glaçons de la mer de feu [3]. S'étonnera-t-on de retrouver, dans leur forme, au lieu de la rectitude des cassures de surfaces homogènes, l'allure en anses, guirlandes et sinuosités que peuvent seuls donner les raccords tangents de grands arcs de courbes fermées ayant appartenu à des contours parfaitement indépendants? S'étonnera-t-on même de reconnaître, dans une certaine torsion générale par rapport aux méridiens, une trace figée de la puissance ancienne des marées internes?

Ce qui reste à peu près certain, c'est que ce fut le long de ces mêmes lignes, en quelque sorte stabilisées, que durent se continuer de préférence les dégorgements de l'intérieur, accumulant de part et d'autre de la fente des surcharges croissantes, de nature à modifier les conditions de flottaison des découpures du puzzle sphérique. Au début, sur la pellicule encore toute souple, ce furent, après un premier retroussement des bords, des fléchissements caractérisés, corrélatifs de bombements centraux, façonnant une marqueterie de boucliers ourlés d'un lourd bourrelet. La convergence des

(1) Séance du 25 février 1918.

(2) A. Guébhard, *A propos de l'écorce résistante* (*Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 420).

(3) M. E. Haug incline à assimiler les plus anciens géosynclinaux « aux premières lignes de cassure du tétraèdre » (*Traité de Géologie*, p. 526). Il est clair que la notion du foisonnement doit faire substituer le maximum sphérique au minimum tétraédrique de volume.

plongements vers la fissure préparait les apparences d'un synclinal, et le bourrelet commun celle d'une crête anticlinale médiane.

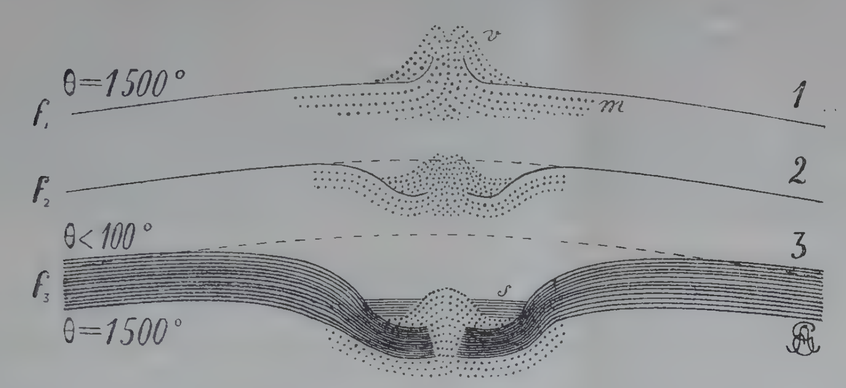


Schéma de la formation d'un géosynclinal (hauteurs fort exagérées). — 1, première rupture de la pellicule f_1 par les extravasations v du magma m ; 2, sous la surcharge, les bords de la déchirure s'infléchissent ; 3, tandis que la croûte épaissie f_3 tend à se bomber, ses bords, moins renforcés, s'enfoncent de plus en plus sous le poids des sédiments s accumulés dans les canaux géminés.

Telle dut être, avant toute sédimentation, et en parfaite indépendance d'aucune « force de plissement », l'ébauche première (ni synclinale, ni anticlinale, au sens « tangentiel ») des futurs « géosynclinaux », avec leur « géanticlinal axial » (1) : au vrai, immenses chenaux, naturellement géminés, qu'on ne peut se défendre de comparer, dans leur rôle prédestiné de réceptacles sédimentaires, à certaines apparences de la planète Mars.

Surviennent maintenant les grands ruissellements, superposant, juxtaposant aux éjections volcaniques leurs produits de condensation lourde (2) ou d'érosion superficielle, sur le pourtour mince et défléchi des plaques continentales rigidifiées, et l'on verra ce transport continu du centre à la marge faire jouer automatiquement la loi d'hydrostatique réglant, d'après la répar-

(1) Il se peut que, plus tard, lors du premier effondrement du plafond géosynclinal sur sa base écrasée, la crête éruptive obturée, devenue pilier de soutènement, rejette symétriquement de part et d'autre l'affaissement et maintienne au-dessus d'elle une bande de faîte, pliée en anticlinal axial. Il est connu, d'ailleurs, que les géosynclinaux tertiaires montrent encore en saillie, tout le long de l'axe, la ligne des derniers volcans.

(2) Outre les condensations signalées des composés alcalins entre 800° et 700°, il y eut, dans l'intervalle de 1500° à l'apparition de la vie, des pluies lourdes, précédant des solidifications de toutes sortes de corps simples ou composés.

tition des charges, l'équilibre de flottaison et faisant comprendre par de simples déplacements de centres de gravité, avec ou sans déformations, non seulement les particularités inexpliquées de l'épirogénie, transgressions et régressions régulièrement balancées suivant la loi de Haug, mais encore l'enfoncement progressif, reconnu nécessaire, de l'axe géosynclinal et sa non moins nécessaire, mais non moins inexpliquée, proportionnalité aux surcharges de remplissage; le tout sans exclusion des cas plus spéciaux où la disposition des reliefs primitifs aurait déterminé la formation ombilicale de bassins centraux, fermés ou reliés par détroits au grand réseau géosynclinal.

Il est très possible qu'avant même que la fin du foisonnement et la rétraction pyrosphérique aient enlevé à l'écorce résistante son soutien, il naisse, de ces mouvements de bascule opposés, des *poussées tangentielles* et des phénomènes d'*étau*, susceptibles de provoquer sur le remplissage sédimentaire, par une tout autre voie que la rétraction thermique, des déformations répondant mieux que celles de Castellane, à une hypothèse dont j'ai démontré là, non seulement l'inutilité, mais l'inconciliabilité avec les détails d'une observation minutieuse. Mais, d'autre part, le bombement des aires de surélévation ne laisse pas de fournir aussi une base à l'hypothèse, absolument contraire de A. Cochain [1]. Et si, enfin, je rappelle qu'une fois instauré le fonctionnement continu de la lithogenèse, c'est encore par l'exclusive action de la pesanteur que j'explique [2] tout le diastrophisme cortical, faisant surgir les chaînes de montagnes sur l'emplacement des géosynclinaux, après des phases plus ou moins longues de sédimentation, on conviendra que tant de concordances vérifiables ne sauraient être le fait du hasard, mais constituent une corroboration nouvelle de la très élémentaire synthèse physique où toutes les lois de la Terre, y compris, en ce qu'elle peut avoir de réel, l'hypothèse, jusqu'ici toute mystique, des poussées tangentielles, n'apparaissent plus que comme des cas particuliers de la loi fondamentale de l'Univers, la gravitation.

---

[1] A. Cochain, *Sur une nouvelle manière de comprendre la déformation de l'écorce terrestre* (*Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 29).

[2] A. Guébhard, *Sur une manière nouvelle de comprendre le volcanisme et les apparences pseudo-éruptives du granite* (*Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 150).

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Inversion du phénomène de Purkinje dans l'héméralopie congénitale.* Note de M. A. **Polack**, transmise par M. Charles Richet.

J'ai observé dans l'héméralopie congénitale un fait nouveau, caractérisé par l'inversion du phénomène de Purkinje.

Le dispositif expérimental permettant de le constater est fort simple.

Deux plages peintes, l'une en rouge, l'autre en bleu, et paraissant à peu près du même éclat à un éclairage moyen, sont juxtaposées et placées dans une chambre noire dans laquelle on laisse filtrer faiblement la lumière du jour.

Dans la demi-obscurité ainsi obtenue, un œil normal voit se produire nettement sur les plages juxtaposées le phénomène de Purkinje.

Mais un observateur, atteint d'héméralopie congénitale, a une perception différente : le rouge lui paraît plus clair que le bleu.

Lorsqu'on réduit graduellement la lumière, la plage bleue disparaît la première; lorsque, au contraire, en partant de l'obscurité complète, on augmente graduellement l'éclairage, la plage rouge est la première perçue; en un mot, il y a inversion du phénomène de Purkinje.

Dans certains cas, au lieu de voir le phénomène de Purkinje inversé, on constate seulement qu'il ne se produit pas; les deux plages apparaissent et disparaissent en même temps, selon l'éclairage, sans qu'il soit possible à l'héméralope d'observer des variations dans la clarté relative des plages.

A cette modification, particulière dans les perceptions visuelles, correspondent des données photoptométriques bien caractérisées :

Lorsqu'on examine au photoptomètre un héméralope après un repos suffisant dans l'obscurité, on constate que sa sensibilité lumineuse comparée à celle d'un œil normal est peu ou pas modifiée pour le rouge; pour le vert, elle est manifestement plus faible et, pour le bleu, elle l'est dans des proportions considérables.

L'intervalle photo-chromatique n'est appréciable que pour le vert. Quant au rouge et au bleu, ces deux lumières apparaissent d'emblée à l'héméralope avec leur couleur, sans passer par la phase de sensation incolore.

La diminution de sensibilité pour le vert et le bleu ne résulte pas chez ces héméralopes d'une trichromasie anormale; chez eux le « color-box »

de Maxwell donne des équations semblables à celles des observateurs doués de vue normale.

On ne peut pas incriminer non plus une pigmentation jaune trop accusée de la *macula* avec, comme conséquence, une absorption exagérée du bleu. En effet la sensibilité pour cette lumière n'est pas meilleure en dehors de la zone maculaire; au contraire elle diminue rapidement, à mesure qu'on s'éloigne de cette zone pour aller vers la périphérie.

L'élévation de la sensation chromatique au moment où la rétine sort de son adaptation à l'obscurité, fait normal que j'ai signalé dans une Note antérieure, ne se produit pas dans l'héméralopie congénitale (1).

Avec un éclairage ambiant moyen, les données photoptométriques de l'héméralope ne présentent rien de particulier.

L'inversion du phénomène de Purkinje ne peut donc s'expliquer que par un trouble de l'adaptation rétinienne de l'œil atteint d'héméralopie congénitale.

J'ai observé ces faits sur cinq cas et n'ai pas rencontré d'exception.

Il est intéressant de noter que l'inversion ne se produit pas dans la rétinite pigmentaire.

Le phénomène de Purkinje nous offre, comme on le voit, un moyen simple pour caractériser et différencier certaines formes d'héméralopie jusqu'ici confondues dans la même description.

J'ajouterai que ces notions peuvent avoir des applications cliniques, notamment en ophtalmologie militaire.

ZOOLOGIE. — *Sur un nouveau Copépode* (Flabellicola *n. g.* neapolitana *n. sp.*) *parasite d'un Annélide polychète* [Flabelligera diplochaitos (*Otto*)]. Note (2) de M. **Ch.-J. Gravier**, présentée par M. Bouvier.

En cherchant systématiquement, durant mon séjour à la Station zoologique de Naples, en 1917, les Crustacés parasites externes des Annélides polychètes les plus communs dans le golfe, j'ai trouvé un nouveau Copépode fixé sur le *Flabelligera* (*Siphonostoma*) *diplochaitos* (Otto). Ce singulier Ver a le corps entièrement enveloppé d'une épaisse couche de mucus consistant et translucide que traversent les soies des parapodes et aussi des

(1) *Comptes rendus*, t. 139, 1904, p. 1207.

(2) Séance du 18 mars 1918.

papilles longuement pédicellées. L'extrémité antérieure, la seule qui soit à nu, porte, du côté dorsal, les branchies au-dessous desquelles s'insèrent deux puissants tentacules qui encadrent la bouche. Le tout est entouré d'une vaste cage céphalique dont les parois sont formées de longues soies annelées simples sortant de chaque côté du premier segment apode.

Seuls, les deux sacs ovigères, qui ont un peu plus de 1^{mm} de longueur et qui reposent sur les branchies, près de la face dorsale, trahissent la présence du parasite. Ces sacs s'attachent au voisinage immédiat l'un de l'autre sur une petite vésicule piriforme (de $0^{mm},30$ à $0^{mm},35$ de grand axe) qu'une sorte de col relie à travers le tégument à une vésicule interne plus de deux fois aussi longue que la précédente. Il n'est pas rare de compter 3, 4 et même 5 vésicules externes sur un même hôte. Les parasites sont insérés extérieurement aux branchies, dorsalement, entre les deux faisceaux de soies qui, en se rapprochant, enclosent la cage céphalique. Si l'on pratique dans cette région une série de coupes transversales chez un individu infesté, on observe toujours la présence simultanée de plusieurs parasites à divers états de développement qui se logent comme ils le peuvent, dans la région exiguë de leur hôte où ils sont localisés, en se repliant sur eux-mêmes; la plupart d'entre eux n'ont aucune partie externe; ils contiennent des ovules à des stades variés de leur évolution. Ce sont des femelles complètement incluses dans leur hôte.

Ces parasites de faible taille distendent les parois de la collerette qui entoure les branchies, là où ils se sont accumulés; ils ne paraissent pas être très nuisibles au Polychète. Leur corps qui ne présente ni appendices, ni tube digestif, ni même de trace de segmentation, en général, est bourré de masses de grandeur inégale, dans lesquelles on discerne des ovules à divers états de développement, et qui sont plongées dans une substance finement granuleuse qui a l'apparence d'une matière de réserve. Lorsque les ovules sont parvenus à un état voisin de la maturité, ils sont finalement contenus dans deux tubes flexueux s'étendant, l'un à côté de l'autre, dans presque toute la longueur du parasite. La femelle doit alors percer la paroi de son hôte pour former la vésicule externe sur laquelle se constituent les sacs ovigères. La partie postérieure du corps orientée vers la cage céphalique s'accroît et pousse devant elle la paroi interne de la collerette qui cède sous la pression et s'évagine. La couche musculaire pariétale peu épaisse se dissocie; l'ectoderme aminci qui la recouvre finit par s'ouvrir et livre passage au parasite qui va former sa vésicule externe et expulser les œufs dans les sacs ovigères. Dans la région centrale de l'une de ces vésicules qui

était parvenue à sa taille définitive, j'ai trouvé des spermatozoïdes qui ne paraissent pas s'être formés sur place, mais avoir été déposés par un mâle, comme cela a lieu chez les autres Copépodes parasites, sauf chez le *Xenocœloma brumpti* Caull. et Mesn. C'est dans leur passage à travers la vésicule externe que les ovules seraient fécondés. Je n'ai constaté la présence du mâle sur aucun des sacs ovigères que j'ai examinés.

Quand on observe les *Flabelligera diplochaitos* (Otto) dans les cuvettes où on les conserve dans leur milieu normal, on les voit ramper assez lentement sur le fond boueux où ils vivent, et ouvrir et fermer alternativement la cavité circonscrite par les longues soies du premier segment, sans rythme bien marqué. C'est seulement pendant les périodes d'ouverture que peuvent pénétrer, à l'intérieur de la cavité, les larves des parasites qui viennent s'attacher à la partie antérieure de l'Annélide, la seule qui soit accessible, puisque tout le reste du corps est efficacement protégé par une épaisse cuirasse de mucus solidifié. Après s'être fixée, la larve de la femelle doit pénétrer à l'intérieur de l'hôte, où elle persiste tout entière jusqu'à une époque voisine de la maturité des ovules ; alors, la partie postérieure de l'animal perce le tégument du Polychète et forme une vésicule externe où s'opère la fécondation des ovules qui passent finalement dans les sacs ovigères.

Tous les exemplaires contaminés de *Flabelligera diplochaitos* (Otto) que j'ai étudiés étaient envahis par plusieurs parasites ; certains d'entre eux en étaient pour ainsi dire farcis dans la région indiquée plus haut. On peut, à ce sujet, se demander si, lorsqu'une larve a pénétré dans son hôte, elle ne peut s'y multiplier par voie agame. Delage a trouvé une fois dans une jeune Sacculine, au lieu d'un amas cellulaire représentant la future masse viscérale et le manteau, deux amas cellulaires de même volume et il s'est demandé si l'ovaire de la larve ne peut donner naissance à deux Sacculines; mais il repoussa cette hypothèse « si peu en rapport avec les faits généraux du développement ». G. Smith a observé deux fois le fait signalé par Delage et s'est posé la même question, non seulement pour la Sacculine, mais aussi et surtout pour le *Peltogaster socialis* (Müller) et pour le genre *Thylacoplethus* Coutière. Le cas du Copépode parasite dont il est question ici fait naître la même interrogation.

Ce Copépode doit être rapproché de ceux que H.-J. Hansen a réunis dans la famille des *Herpyllobiidæ*, dont deux genres s'attaquent à des Polychètes de la famille des Flabelligériens (Chlorémiens). C'est du *Trophoniphila bradii* Mac Intosh qu'il paraît s'éloigner le moins ; mais l'espèce mentionnée

par Mac Intosh et qui vivait sur un Polychète dragué par le *Challenger* dans l'océan Antarctique, à plus de 3500^{m} de profondeur, est trop insuffisamment décrite pour qu'on puissse même tenter utilement une comparaison des deux Copépodes. Je propose d'appeler celui de Naples *Flabellicola* n. g. *neapolitana* n. sp.; le nom de genre rappelant l'habitat du Copépode, entre les deux éventails de soies du premier segment. La période de vie libre, le mode de pénétration de la larve à l'intérieur de l'hôte demeurent inconnus. Le mâle reste à découvrir chez ce parasite dont l'évolution paraît présenter quelque analogie avec celle des Rhizocéphales.

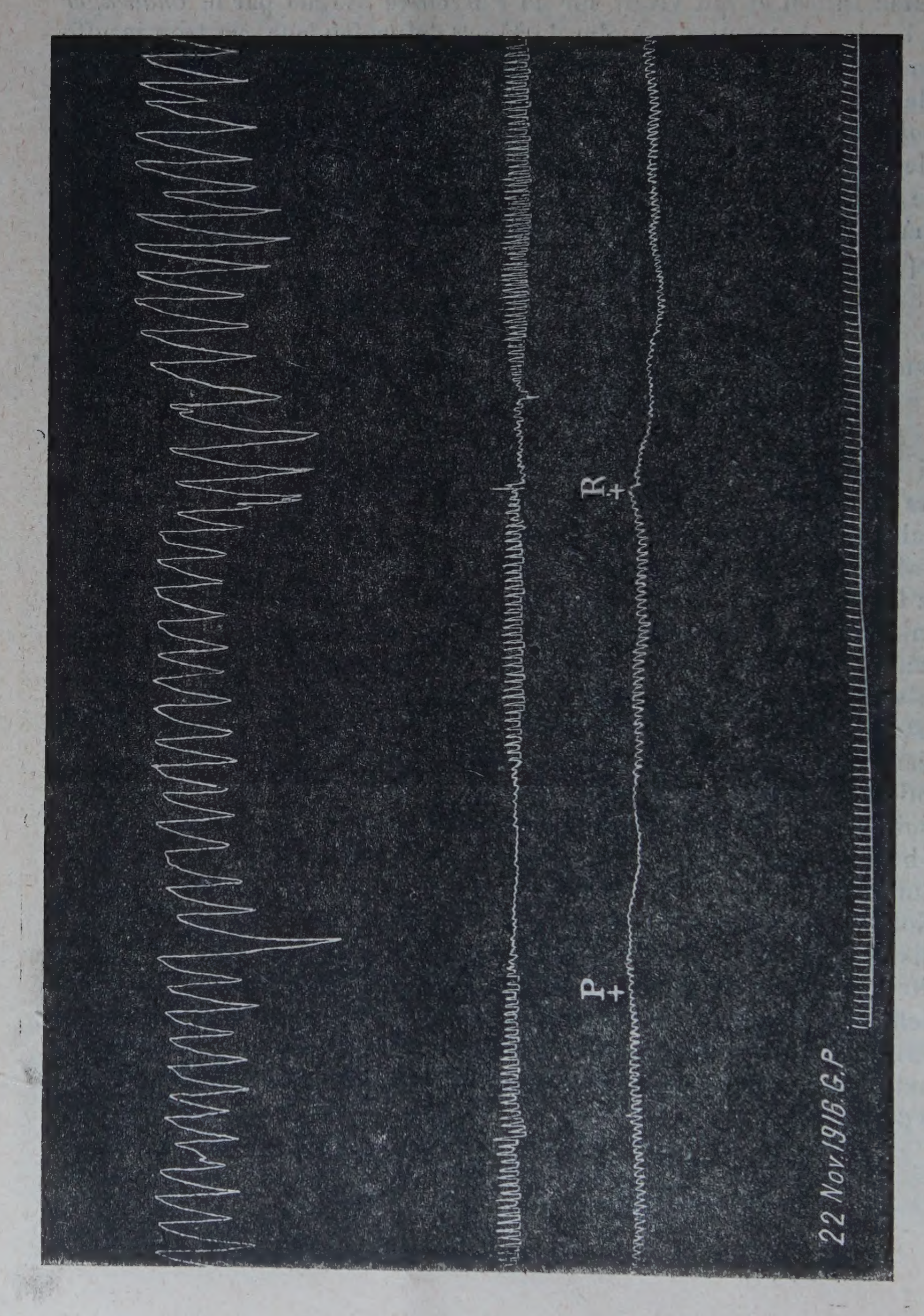
PHYSIOLOGIE. — *Le pouls cérébral dans les émotions*. Note [1] de M. **Léon Binet**, présentée par M. Charles Richet.

Si les réactions cardio-vasculaires sont pour ainsi dire constantes au cours des états émotionnels, la nature de ces réactions est extrêmement variable d'un sujet à un autre. L'examen du pouls radial, pratiqué chez une série de soldats soumis à un même bombardement sérieux, montre, chez les uns de la bradycardie, chez les autres de la tachycardie. La circulation périphérique, explorée à l'aide d'un pléthysmographe digital, présente, lors d'une cause émotionnelle toujours la même (un coup de revolver par exemple), tantôt de la vaso-dilatation, tantôt de la vaso-constriction. De telles variations s'observent-elles du côté de la circulation du cerveau? Quelles modifications subit le pouls cérébral au moment des émotions? Tel est l'objet d'études que nous nous sommes proposé, en examinant une série de blessés de la tête, présentant une cicatrice pulsatile, une brèche cranienne, là où le cuir chevelu était directement en contact avec la dure-mère.

Nous avons enregistré simultanément : 1° le rythme respiratoire; 2° le pouls cérébral à l'aide d'un cardiographe sensible; 3° le pouls capillaire digital au moyen du pléthysmographe de Hallion ou de Jean Camus. Le patient était couché, dans le décubitus dorsal, la tête immobilisée, et nous déterminions une émotion, soit en tirant un coup de revolver à blanc, soit en actionnant une sirène, soit en frappant brusquement et violemment sur une porte.

---

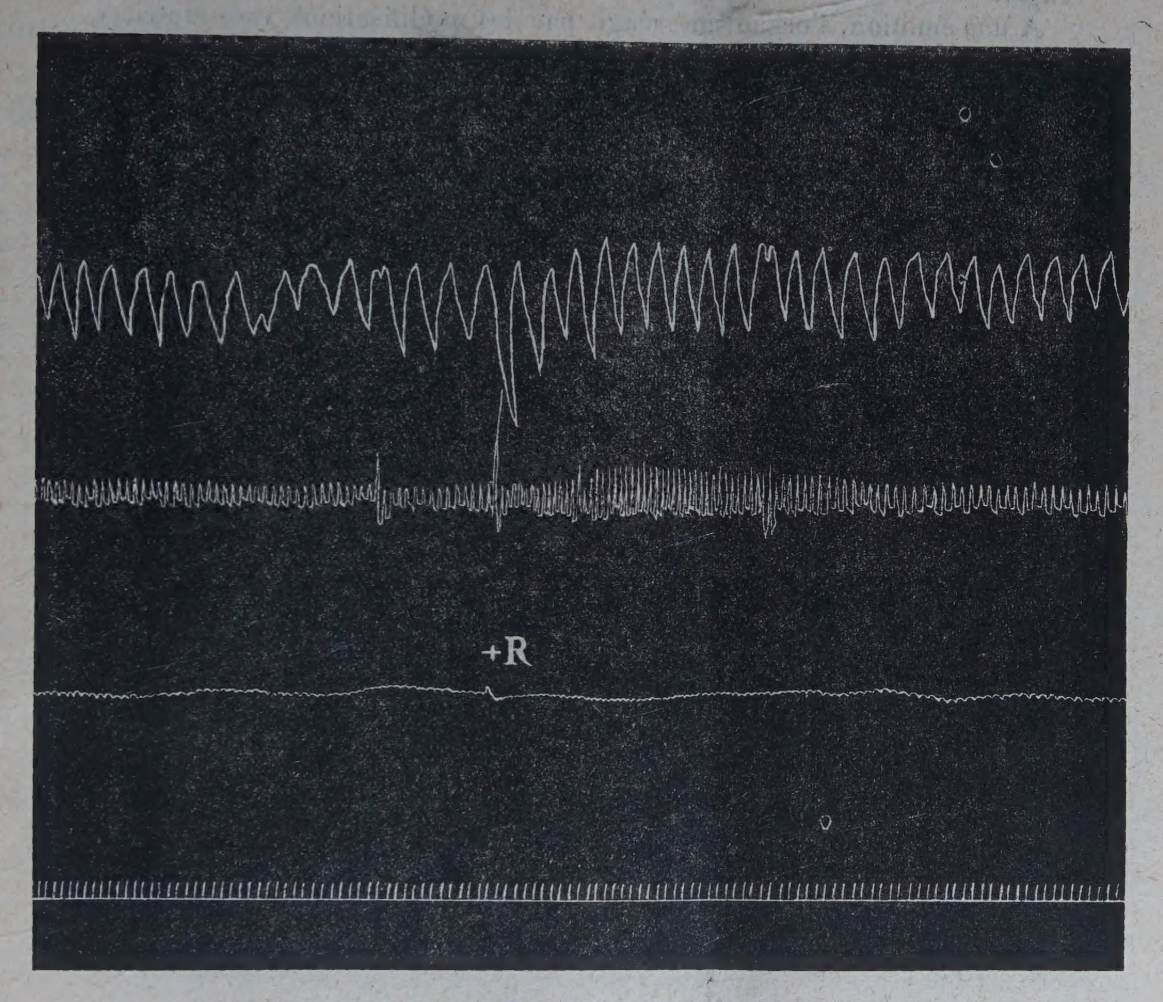
(1) Séance du 25 février 1918.



GRAPHIQUE I. — En haut : Respiration. — Au milieu : Pouls cérébral. — En bas : Pouls capillaire. — A la partie inférieure du graphique : temps en secondes.

En P, on frappe violemment sur une porte. — En R, on tire un coup de revolver.

L'examen des graphiques ainsi obtenus montre que la circulation cérébrale est modifiée dans les émotions, et que cette modification est variable. Selon les sujets, vraisemblablement aussi selon la nature des émotions, le



GRAPHIQUE II. — Coup de revolver en R (congestion cérébrale).

pouls cérébral diminue ou augmente d'amplitude. Non seulement le cerveau est susceptible de se *congestionner*, comme l'avait bien montré A. Mosso; mais il est aussi susceptible de *s'anémier*.

Ces modifications du pouls cérébral marchent parallèlement avec les

modifications du pouls digital et le graphique nous montre nettement qu'en même temps le patient fait de la pâleur du cerveau et de la pâleur périphérique.

A une émotion, l'organisme réagit par des modifications vaso-motrices qui portent tant sur la périphérie que sur les centres et qui se font dans le même sens.

La séance est levée à 15 heures trois quarts.

A. Lx.